

Facoltà di Ingegneria
2^a prova in itinere di Fisica II – 14.7.2005 – Compito B

Costanti: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$

Esercizio n.1

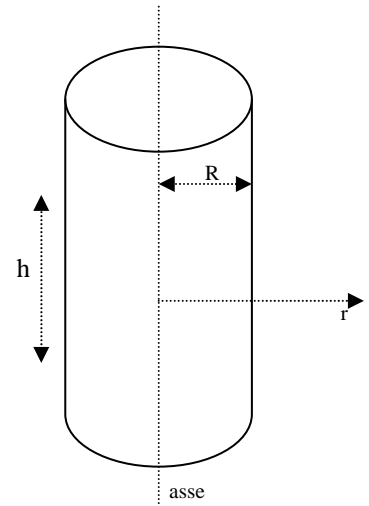
Su un cilindro di raggio R e lunghezza indefinita è distribuita una carica elettrica con densità volumica uniforme ρ .

Detta r la distanza radiale dall'asse del cilindro, calcolare il modulo del campo elettrico per

- $r > R$
- $0 < r < R$

Rispondere quindi alle seguenti domande:

1. le linee di forza del campo elettrico generato dalla carica sul cilindro sono
 - A. parallele all'asse del cilindro
 - B. radiali, cioè dirette come l'asse r (*)
 - C. circonferenze con centro sull'asse del cilindro e perpendicolari ad esso
 - D. a 45° rispetto all'asse del cilindro
2. la carica contenuta in una parte del cilindro di lunghezza h vale
 - A. $\rho \frac{\pi h}{R^2}$
 - B. $\rho \pi R^2 h$ (*)
 - C. $\rho 2\pi R h$
 - D. $\frac{\rho}{\epsilon_0} R^2 h$



3. per $r > R$ il campo elettrico ha modulo

- A. $E = \frac{R^2 \rho}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{r^2}$
- B. $E = \frac{\rho}{2\epsilon_0 R^2} \frac{1}{r}$
- C. $E = \frac{R^2 \rho}{2\epsilon_0} \frac{1}{r}$ (*)
- D. $E = \frac{\rho}{4\epsilon_0} \frac{1}{r}$

4. per $r < R$ il campo elettrico ha modulo

- A. $E = \frac{\rho}{2\epsilon_0} r$ (*)
- B. $E = \frac{R^2 \rho}{2\epsilon_0} \frac{1}{r}$
- C. $E = \frac{\rho}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{R^2}$
- D. $E = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \frac{r^2}{R^2}$

Esercizio n.2

Il flusso del campo magnetico concatenato con una bobina, di resistenza complessiva $R = 1 k\Omega$, è

$\Phi_B = (4t^2 - t)10^{-1} Tm^2$ dove t è il tempo misurato in secondi.

Si trovi:

- la fem indotta in funzione del tempo
- il valore del flusso Φ_B al tempo $t=2s$
- l'intensità della corrente indotta nella bobina al tempo $t=2s$.

Si risponda quindi alle seguenti domande:

5. la fem indotta in funzione del tempo è dato da
 - A. $\text{fem} = 0.4t$
 - B. $\text{fem} = 0.4 - 0.2t$
 - C. $\text{fem} = t^2$
 - D. $\text{fem} = 0.1 - 0.8t$ (*)
6. il flusso Φ_B al tempo $t=2s$ vale
 - A. -0.01 Tm^2
 - B. -0.4 Tm^2
 - C. 1.4 Tm^2 (*)
 - D. 2.0 Tm^2
7. il modulo dell'intensità della corrente indotta nella bobina, al tempo $t=2s$, vale
 - A. 1.5 A
 - B. 4.6 A
 - C. 1.5 mA (*)
 - D. 4.6 mA

Esercizio n.3

Una sfera conduttrice di raggio $R_1 = 30 \text{ cm}$ è portata ad un potenziale di 10^4 V (potenziale all'infinito uguale a 0) ed è poi messa a contatto con una sfera neutra di raggio $R_2 = 20 \text{ cm}$. Le due sfere vengono quindi separate.

Si calcoli:

- la carica iniziale sulla sfera di raggio $R_1 = 30 \text{ cm}$ (cioè la carica subito dopo che la sfera è portata al potenziale di 10^4 V)
- il potenziale (rispetto all'infinito) di ciascuna delle due sfere quando esse sono a contatto
- la carica su ciascuna delle due sfere dopo che esse sono state separate
- la densità di carica su ciascuna delle due sfere dopo che esse sono state separate e portate a distanza $d \gg R_1, R_2$ l'una dall'altra

Si risponda quindi alle seguenti domande:

8. la carica iniziale sulla sfera di raggio $R_1 = 30 \text{ cm}$ vale
 - A. $0.056 \text{ } \mu\text{C}$
 - B. $0.22 \text{ } \mu\text{C}$
 - C. $0.33 \text{ } \mu\text{C}$ (*)
 - D. $8.5 \text{ } \mu\text{C}$
9. il potenziale della sfera di raggio $R_1 = 30 \text{ cm}$ quando le due sfere sono a contatto vale
 - A. 1500 V
 - B. 3000 V
 - C. 4500 V
 - D. 6000 V (*)
10. la carica sulla sfera di raggio $R_1 = 30 \text{ cm}$ dopo che le due sfere sono state separate ha valore
 - A. $5.46 \text{ } \mu\text{C}$
 - B. $1.24 \text{ } \mu\text{C}$
 - C. $0.200 \text{ } \mu\text{C}$ (*)
 - D. $0.089 \text{ } \mu\text{C}$
11. la carica sulla sfera di raggio $R_2 = 20 \text{ cm}$ dopo che le due sfere sono state separate ha valore
 - A. $4.88 \text{ } \mu\text{C}$
 - B. $0.78 \text{ } \mu\text{C}$
 - C. $0.13 \text{ } \mu\text{C}$ (*)
 - D. 0 C
12. la densità di carica sulla sfera di raggio $R_1 = 30 \text{ cm}$ dopo che le due sfere sono state separate (a distanza $d \gg R_1, R_2$) ha valore
 - A. $0.177 \text{ } \mu\text{C}/\text{m}^2$ (*)
 - B. $1.03 \text{ } \mu\text{C}/\text{m}^2$
 - C. $5.78 \text{ } \mu\text{C}/\text{m}^2$

D. $2.33 \mu\text{C}/\text{m}^2$

Esercizio n.4

I due segmenti di filo della figura (tratti continui) sono percorsi da una corrente di 4.0 A , da R verso T. Essi si trovano in una regione dello spazio in cui c'è un campo magnetico

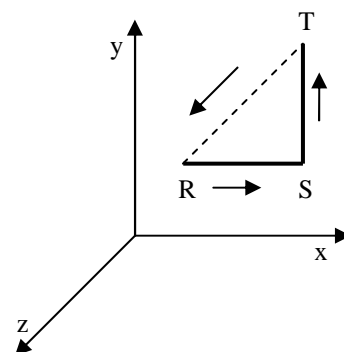
$\vec{B} = 1.0 \hat{k} \text{ T}$ ($\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ versori degli assi x,y e z rispettivamente, T=tesla); le

loro lunghezze sono $\overline{RS} = 30 \text{ cm}$ e $\overline{ST} = 40 \text{ cm}$

Si trovi la risultante della forza sui due segmenti di filo (RS ed ST).

Si trovi inoltre la forza su un terzo tratto di filo rettilineo, che collega R e T ed è percorso dalla stessa corrente di 4.0 A , da T verso R.

Si risponda quindi alle seguenti domande:

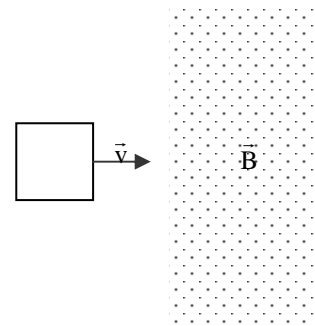


13. Un campo magnetico uniforme \vec{B} esercita su un filo rettilineo \vec{L} , percorso da una corrente i (con verso uguale a quello del vettore \vec{L}), una forza \vec{F} data da
 - A. $\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B}$ (*)
 - B. $\vec{F} = i\vec{B} \cdot \vec{L}$
 - C. $\vec{F} = i\vec{B} \times \vec{L}$
 - D. $\vec{F} = iL^2\vec{B}$
14. la forza risultante sui due segmenti di filo RS ed ST vale
 - A. $\vec{F} = -(1.4 \hat{i} + 1.3 \hat{k}) \text{ N}$
 - B. $\vec{F} = -(0.6 \hat{j} + 0.4 \hat{k}) \text{ N}$
 - C. $\vec{F} = (0.2 \hat{i} + 0.3 \hat{j}) \text{ N}$
 - D. $\vec{F} = (1.6 \hat{i} - 1.2 \hat{j}) \text{ N}$ (*)
15. la forza su un terzo tratto di filo rettilineo, che collega R e T ed è percorso dalla stessa corrente di 4.0 A , da T verso R, vale
 - A. $\vec{F} = (0.4 \hat{i} + 0.3 \hat{k}) \text{ N}$
 - B. $\vec{F} = -(1.6 \hat{i} - 1.2 \hat{j}) \text{ N}$ (*)
 - C. $\vec{F} = (0.6 \hat{j} + 0.4 \hat{k}) \text{ N}$
 - D. $\vec{F} = -(1.2 \hat{i} + 2.3 \hat{j}) \text{ N}$

Altre domande

16. L'energia immagazzinata nel campo magnetico di una bobina di induttanza L e percorsa da una corrente i vale:
 - A. $\frac{1}{2} Li^2$ (*)
 - B. Li
 - C. $\frac{1}{2} L^2 i$
 - D. $\frac{1}{2} L^2 i^2$
17. Un filo di materiale isolante, uniformemente carico (densità di carica lineare λ), forma una circonferenza di raggio R . Il campo elettrico generato dal filo al centro della circonferenza ha modulo
 - A. 0 (*)
 - B. $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R^2}$
 - C. $\frac{1}{2\epsilon_0} \frac{\lambda}{R}$
 - D. $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R^2}$
18. La resistività di un metallo con l' aumentare della temperatura
 - A. resta costante
 - B. diventa nulla
 - C. aumenta (*)

- D. diminuisce
19. Una carica $+Q$ è posta al centro della cavità praticata all'interno di un conduttore neutro isolato. Le cariche indotte sulla parete interna ed esterna del conduttore sono rispettivamente:
- $Q_{\text{int}} = -Q, Q_{\text{ext}} = +Q$ (*)
 - $Q_{\text{int}} = +Q, Q_{\text{ext}} = -Q$
 - $Q_{\text{int}} = 0, Q_{\text{ext}} = -Q$
 - $Q_{\text{int}} = -Q, Q_{\text{ext}} = 0$
20. Un protone avente quantità di moto \vec{p} e carica elettrica e entra in una regione con campo magnetico \vec{B} ortogonale a \vec{v} ; la sua traiettoria diventa un arco di circonferenza di raggio di curvatura
- $\frac{eB}{p}$
 - $\frac{ep}{B}$
 - $\frac{p}{eB}$ (*)
 - $\frac{e}{pB}$
21. Una spira conduttrice quadrata, non percorsa da corrente, viene lanciata in una regione con campo magnetico \vec{B} uniforme, ad essa ortogonale. La spira entrando nella regione del campo
- non subisce alcuna forza
 - viene attratta nella regione del campo magnetico
 - viene respinta dalla regione del campo magnetico (*)
 - subisce una forza parallela alla direzione del campo magnetico \vec{B}
22. Due condensatori, rispettivamente di capacità C_1 e C_2 , collegati in serie, sono equivalenti ad un singolo condensatore di capacità
- $\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ (*)
 - $C_1 + C_2$
 - $C_1 - C_2$
 - $\frac{C_1 C_2}{C_1 - C_2}$



Soluzioni

Esercizio n.1

Il campo elettrico del cilindro è radiale. Vista la simmetria, il modulo del campo può essere ottenuto con il teorema di Gauss.

Prendendo come superficie gaussiana un cilindro di lunghezza h , concentrico al cilindro dato, ed applicando il teorema di Gauss si ha:

$$\text{per } r > R \quad \int_{\text{Sup Gaussiana}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \rightarrow \int_{\text{Sup Gaussiana}} E dA = E 2\pi r h = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \pi R^2 h \rightarrow E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\rho R^2}{2r}$$

$$\text{per } r < R \quad \int_{\text{Sup Gaussiana}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \rightarrow \int_{\text{Sup Gaussiana}} E dA = E 2\pi r h = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \pi r^2 h \rightarrow E = \frac{\rho}{2\epsilon_0} r$$

Esercizio n.2

La forza elettromotrice indotta, fem, per la legge di Faraday, ha espressione

$$\text{fem} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = 0.1 - 0.8t$$

$$\text{Al tempo } t=2s, \Phi_B(t=2s) = 1.4 \text{ Tm}^2 \text{ e } i_{\text{ind}}(t=2s) = \frac{\text{fem}(t=2s)}{R} = -1.5 \text{ mA}.$$

Esercizio n.3

Il potenziale di una sfera conduttrice di raggio $R_1 = 30\text{cm}$, con $V(\infty) = 0$, ha espressione $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$ da cui si ottiene

$$Q = 4\pi\epsilon_0 R V = 4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \cdot 0.30\text{m} \cdot 4000\text{V} = 4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \cdot 0.30\text{m} \cdot 10000 \frac{\text{Nm}}{\text{C}} = 0.333637 \cdot 10^{-6} \text{C} = 0.333637 \mu\text{C}$$

Quando le due sfere vengono messe a contatto acquistano lo stesso potenziale $V_1 = V_2$ e la carica presente sulla sfera di raggio R_1 si ridistribuisce tra le due sfere in accordo al principio di conservazione della carica ($Q_1 + Q_2 = Q$):

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ Q_1 + Q_2 = Q \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} \\ Q_1 + Q_2 = Q \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} Q = \frac{2}{5} Q = 0.2002 \mu\text{C} \\ Q_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} Q = \frac{3}{5} Q = 0.133 \mu\text{C} \end{cases}$$

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R_1} = 6000\text{V}$$

La densità di carica sulla sfera di raggio R_1 vale

$$\sigma = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} = \frac{0.200 \mu\text{C}}{4 \cdot 3.14 \cdot (0.30 \text{ m})^2} = 0.177 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

Esercizio n.4

Basta applicare la 2° formula di Laplace $d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$ che nel caso di campo uniforme e filo rettilineo si può scrivere come $\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B}$.

forza sui tratti di filo RS ed ST:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{RST}} &= \vec{F}_{\text{RS}} + \vec{F}_{\text{ST}} = \int_R^S d\vec{F}_{\text{RS}} + \int_S^T d\vec{F}_{\text{ST}} = \int_R^S i d\vec{l} \wedge \vec{B} + \int_S^T i d\vec{l} \wedge \vec{B} = i \left(- \int_R^S B dx \hat{j} + \int_S^T B dy \hat{i} \right) = -iB \overline{RS} \hat{j} + iB \overline{ST} \hat{i} = \\ &= -4\text{A} \cdot 1.0\text{T} \cdot 0.3\text{m} \hat{j} + 4\text{A} \cdot 1.0\text{T} \cdot 0.4\text{m} \hat{i} = (1.6 \hat{i} - 1.2 \hat{j}) \text{N} \end{aligned}$$

forza sul tratto di filo TR:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{TS}} &= \int_T^R d\vec{F}_{\text{TS}} = \int_T^R i d\vec{l} \wedge \vec{B} = i \int_R^S \vec{B} \wedge (dx \hat{i} + dy \hat{j}) = i \int_S^R B dx \hat{j} - i \int_T^S B dy \hat{i} = iB \overline{RS} \hat{j} - iB \overline{ST} \hat{i} = \\ &= -\vec{F}_{\text{RST}} = 4\text{A} \cdot 1.0\text{T} \cdot 0.3\text{m} \hat{j} - 4\text{A} \cdot 1.0\text{T} \cdot 0.4\text{m} \hat{i} = -(1.6 \hat{i} - 1.2 \hat{j}) \text{N} \end{aligned}$$

Quest'ultimo risultato poteva essere ottenuto ricordando che la forza magnetica su una spira chiusa in un campo magnetico uniforme è nulla.